MODELOWANIE RZECZYWISTOŚCI

Daniel Wójcik
Instytut Biologii Doświadczalnej PAN

d.wojcik@nencki.gov.pl

tel. 022 5892 424

http://www.neuroinf.pl/Members/danek/swps/

Podręcznik

Iwo Białynicki-Birula

Iwona Białynicka-Birula

ISBN: 83-7255-103-0
Data wydania: 6 maja 2002

wkrótce drugie wydanie, rozszerzone

Maszyna Turinga
– uniwersalny komputer

- Kiedy nie możemy rozwiązać danego problemu pojawia się pytanie, czy to nasza ignorancja, czy problem jest nierozwiązywalny?
- W 1931 roku Kurt Gödel udowodnił, że pewnych stwierdzeń w matematyce nie można ani udowodnić, ani obalić
- W 1936 roku Alan Turing udowodnił, że pewnych problemów nie da się rozwiązać na żadnym komputerze
- Aby to zrobić, wprowadził uniwersalny model obliczeń, zwany dzisiaj **maszyną Turinga**

Maszyna Turinga

- Maszyna Turinga składa się z **taśmy**, **zbioru stanów** i **zbioru reguł**
- **Taśma** – nieskończony ciąg komórek, stanowi wejście i wyjście maszyny. Każda komórka zawiera symbol ze skończonego alfabetu. W każdym kroku maszyna czyta i może zmienić zawartość jednej komórki, po czym przesuwa się o jeden krok w lewo lub w prawo

Maszyna Turinga

- Maszyna Turinga składa się z **taśmy**, **zbioru stanów** i **zbioru reguł**
- **Zbiór stanów** – skończony zbiór stanów maszyny. Maszyna jest zawsze w jednym stanie. W każdym kroku maszyna może zmienić stan w zależności od bieżącego stanu i odczytanego symbolu. Specjalny symbol oznacza koniec przetwarzania.

Maszyna Turinga

- Maszyna Turinga składa się z **taśmy**, **zbioru stanów** i **zbioru reguł**

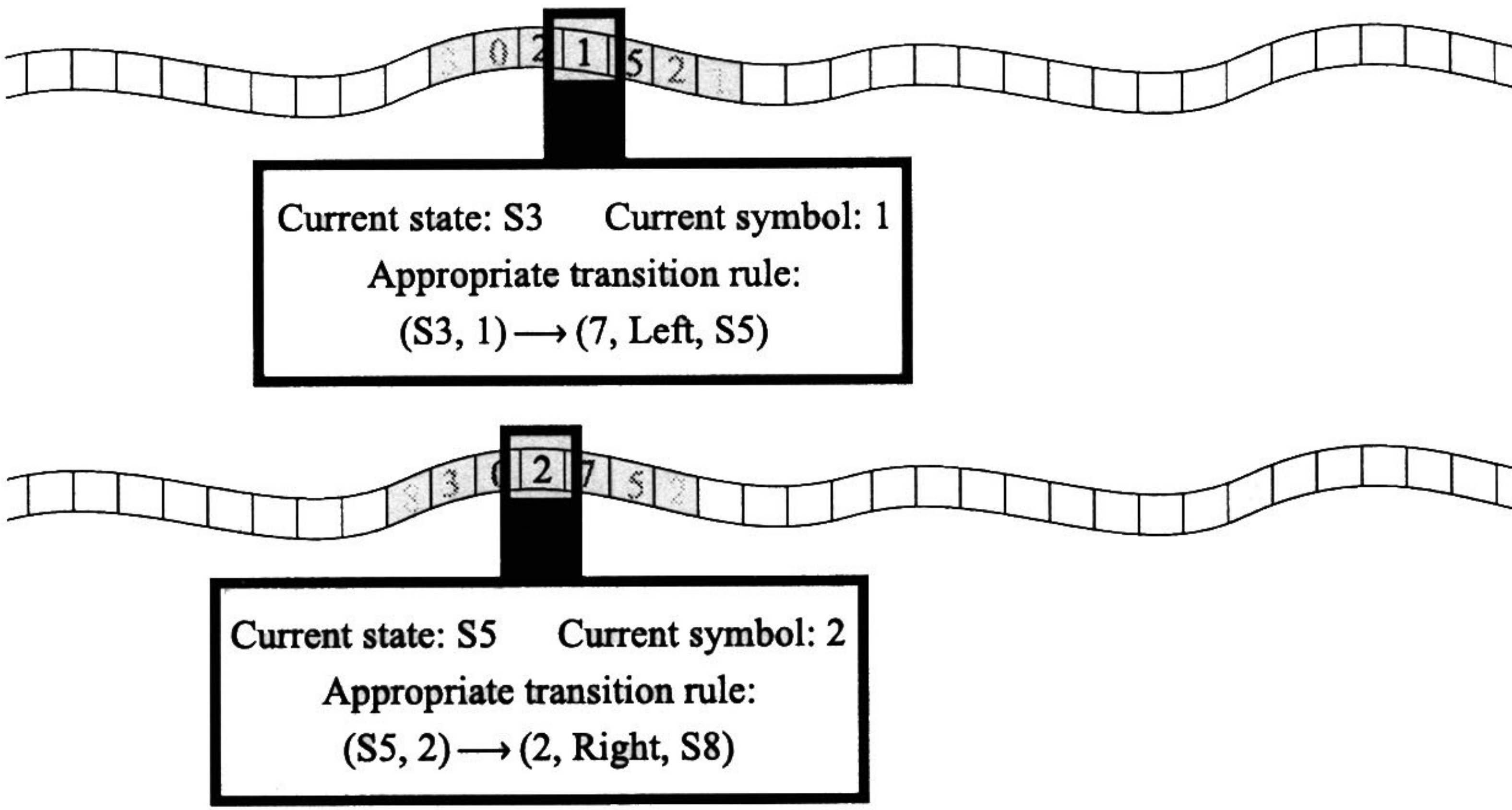
- **Zbiór reguł** – tabela reguł określających zachowanie maszyny w każdej sytuacji. Dla każdej pary

  (stan,symbol)

  oprócz stanu STOP musimy określić

  (nowy symbol, kierunek przejścia, nowy stan)

Przykład maszyny Turinga



Maszyna Turinga do sortowania liczb

- Rozważmy maszynę Turinga do sortowania ciągów 0 i 1
- Ponieważ taśma jest zarówno wejściem jak i wyjściem maszyny, załóżmy, że na początku ciąg, który mamy posortować jest wypisany na taśmie i jego pierwszy symbol jest w bieżącej komórce
- Oznaczmy pustą komórkę symbolem *blank*
- Zatem alfabet jest 3-elementowy: {0,1,*blank*}

Algorytm sortujący

- Przesuwamy się w prawo do napotkania pierwszego 0 poprzedzonego 1
- Ponieważ to jest pierwsze takie 0, zatem początek ciągu zawiera wiele 0 lub wcale, po czym następują jedynki
- Maszyna wpisuje w miejsce zera 1, po czym wraca do pierwszej 1 i wpisuje tam 0
- Efektywnie 0 jest przesunięte na “swoje” miejsce: przed jedynkami

Stany maszyny

- **Zeros** – w tym stanie maszyna czyta początkowy ciąg zer. Kiedy maszyna jest w tym stanie, z pewnością nie było jeszcze żadnej jedynki. Początkowy stan maszyny
- **Ones** – w tym stanie maszyna czyta pierwszy ciąg jedynek w zadanej liście. Kiedy maszyna jest w tym stanie wiemy z pewnością, że ciąg ma postać: najpierw zera, potem jedynki
- **Back** – w tym stanie maszyna wraca do pierwszej jedynki, żeby ją zamienić na 0
- **First One** – w tym stanie maszyna wskazuje na pierwszą 1 w ciągu i zamienia ją na 0
- **STOP** – specjalny, końcowy stan maszyny

Reguły maszyny

- Tabelka pokazuje co maszyna robi dla każdej kombinacji (*symbol, stan*)

Symbol \ State	Zeros	Ones	Back	First One
0	move: Right	write: 1 move: Left assume: Back	move: Right assume: First One	
1	move: Right assume: Ones	move: Right	move: Left	write: 0 move: Right assume: Zeros
blank	STOP	STOP	move: Right assume: First One	

Uniwersalna maszyna Turinga

- Możemy mówić o rodzinie maszyn Turinga różniących się zawartością taśmy, liczbą stanów i regułami przejścia

- Uniwersalna maszyna Turinga (UMT) to maszyna, która wylicza wynik dowolnej konkretnej maszyny Turinga. Podobnie jak program Turing, UMT czyta specyfikację danej maszyny Turinga z taśmy, po czym emuluje jej zachowanie

- Uniwersalna Maszyna Turinga jest abstrakcyjnym modelem komputerów

Obliczalność

- Turing pokazał, że problemy nierozwiązywalne na jego maszynie, są nierozwiązywalne na żadnym komputerze

- Takie problemy nazywamy **nieobliczalnymi**

- Przykład: rozwiązywalność równań diofantycznych

$$2x^2+y^3=9$$

  (rozwiązanie: (2,1))

Problem stopu

- Żeby sprawdzić rozwiązywalność dowolnego równania diofantycznego możemy zbadać wszystkie pary liczb naturalnych
- Kiedy komputer będzie liczył bardzo długo, nie będziemy w stanie stwierdzić, czy trzeba liczyć dalej, czy równanie jest nierozwiązywalne...
- **Problem stopu**: stwierdzić, czy dana maszyna Turinga dla konkretnego wejścia zatrzyma się.
- Turing pokazał, że problem stopu jest nierozwiązywalny

To dobrze, czy źle?

- Widzimy, że nie uda się zautomatyzować dowodzenia nieudowodnionych jeszcze hipotez matematycznych
- Problem stopu pokazuje, że matematyki nie można sprowadzić do procesu mechanicznego.

Analogowe maszyny Turinga

- Cały czas mówiliśmy o komputerach **cyfrowych**.

- Hava Siegelmann pokazała, że maszyny **analogowe** są potężniejsze, niż cyfrowe, to znaczy, że istnieje klasa problemów, które można rozwiązać na maszynie analogowej, choć są nierozwiązywalne na zwykłej maszynie Turinga.

- Nie wiadomo jeszcze, jak szeroka jest klasa problemów, które mogą być rozwiązane przez analogowe maszyny Turinga.